9.1 Die sieben Brücken von Königsberg

LK

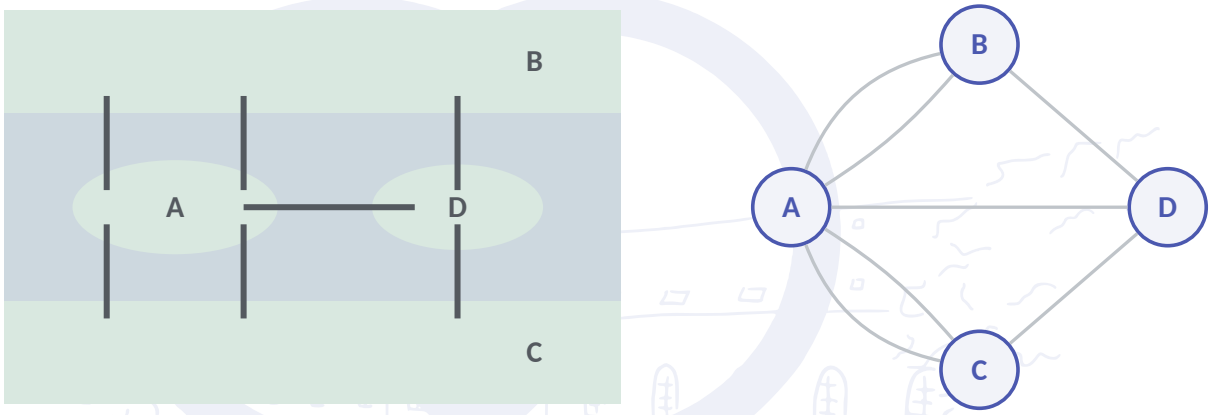
In Königsberg — dem heutigen Kaliningrad — teilte sich der Fluss Pregel um zwei Inseln. Sieben Brücken verbanden die Inseln mit den beiden Ufern. Im 18. Jahrhundert ging in der Stadt eine Frage um, über die man beim Sonntagsspaziergang nachdachte:

Leitidee: Die Frage der Königsberger

Gibt es einen Rundgang durch die Stadt, bei dem man **jede der sieben Brücken genau einmal** überquert?

Niemand fand einen solchen Weg — aber niemand konnte auch beweisen, dass es keinen gibt. 1736 beantwortete der Mathematiker **Leonhard Euler** die Frage in einer Arbeit mit dem Titel *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. Seine entscheidende Idee war nicht eine clevere Suche, sondern ein **Weglassen**: Für die Frage ist es völlig gleichgültig, wie breit der Fluss ist, wie lang die Brücken sind oder wo genau sie stehen. Wichtig ist allein, *welche* Brücke *welche* Landstücke verbindet.

Also schrumpfte Euler jedes Landstück auf einen Punkt und jede Brücke auf eine Linie zwischen zwei Punkten:



Pregel, Inseln und die sieben Brücken — vier Knoten, sieben Kanten

Links der Lageplan, rechts dasselbe als Graph. Die vier Landstücke werden zu vier Knoten, die sieben Brücken zu sieben Kanten.

Übrig bleibt ein Gebilde aus vier Punkten und sieben Linien. Mehr braucht man nicht — und genau dieses Gebilde heißt heute **Graph**. Die Antwort auf die Königsberger Frage holen wir in Abschnitt 9.2.2 nach; dafür fehlt uns noch ein einziger Begriff.

Merke

Modellieren heißt weglassen. Ein Graph behält von einer Situation nur zwei Dinge: *welche Dinge es gibt* und *welche davon miteinander verbunden sind*. Alles andere — Längen, Richtungen, Farben, Namen — kommt nur dazu, wenn die Frage es verlangt.

Arbeitsauftrag 1

1. Nennen Sie drei Situationen aus Ihrem Alltag, die sich als Graph beschreiben lassen. Geben Sie jeweils an, was die Knoten und was die Kanten sind.
2. Zeichnen Sie den Graphen zu einer U-Bahn-Linie mit sechs Stationen. Was sind hier die Knoten, was die Kanten?
3. Erklären Sie, warum die Zeichnung eines Graphen nicht eindeutig ist: Zeichnen Sie den Königsberger Graphen ein zweites Mal mit anders angeordneten Knoten.

Gymnasium Ottweiler