3.2 Optimale Lösung und Brute-Force: alle Möglichkeiten ausprobieren

Leitidee

Im letzten Abschnitt hast du alle Rundreisen durch die vier Orte A, B, C und D aufgelistet. Jetzt geht es um die eigentliche Frage: Welche davon ist die kürzeste? Die sicherste Methode klingt fast zu einfach: Man rechnet für **jede** Rundreise die Länge aus und nimmt die kürzeste. Diese Methode heißt Brute-Force. Sie findet garantiert die beste Lösung. In diesem Abschnitt führst du sie von Hand durch – und merkst dabei, wo ihr Haken liegt.

Lernziele

Nach diesem Abschnitt kannst du

- erklären, was eine zulässige Lösung ist, und prüfen, ob ein Vorschlag zulässig ist,
- eine optimale Lösung als zulässige Lösung definieren, die bezüglich eines festgelegten Kriteriums die beste ist,
- die Länge einer Rundreise mit einer Entfernungstabelle berechnen,
- den Brute-Force-Ansatz beschreiben und an einer kleinen Probleminstanz von Hand durchführen,
- die Anzahl der Rundreisen bei n Orten mit $(n-1)!$ berechnen und beschreiben, wie schnell sie wächst.

3.2.1 Lösung, zulässige Lösung, optimale Lösung

Stell dir vor, du suchst einen Weg von zu Hause zur Schule. Es gibt viele Wege. Manche kommen aber gar nicht in Frage, zum Beispiel einer, der durch einen gesperrten Park führt. Von den erlaubten Wegen suchst du den besten. Aber was heißt „der beste“? Der kürzeste? Der schnellste? Der mit den wenigsten Ampeln? Erst wenn du das festlegst, kannst du sagen, welcher Weg gewinnt.

Genau diese drei Stufen unterscheidet man auch in der Informatik:

1. Ein **Lösungsvorschlag** ist irgendeine Antwort auf die Frage, zum Beispiel irgendeine Reihenfolge der Orte.
2. Eine **zulässige Lösung** hält alle Bedingungen des Problems ein.
3. Eine **optimale Lösung** ist unter allen zulässigen Lösungen die beste – gemessen an einem vorher festgelegten **Kriterium**.

Definition: Zulässige Lösung

Eine **zulässige Lösung** ist eine Lösung, die alle Bedingungen des Problems erfüllt.

Gymnasium Ottweiler

Definition: Optimale Lösung

Eine **optimale Lösung** ist eine zulässige Lösung, die in Bezug auf ein festgelegtes Kriterium die beste ist.

Beim Problem des Handlungsreisenden heißt die Bedingung: Jeder Ort wird **genau einmal** besucht, und die Reise endet am Startort. Das Kriterium ist die **Gesamtlänge**. Die beste Rundreise ist also die mit der kleinsten Gesamtlänge.

Vorschlag	zulässig?	Grund
A → B → C → D → A	✓	jeder Ort genau einmal, zurück in A
A → B → C → A	✗	D wird nicht besucht
A → B → C → B → D → A	✗	B wird zweimal besucht
A → B → C → D	✗	die Reise endet nicht in A

Merke

- Eine **zulässige Lösung** erfüllt alle Bedingungen des Problems (z. B. „besucht jede Stadt genau einmal“).
- Eine **optimale Lösung** ist unter allen zulässigen Lösungen diejenige, die bezüglich eines festgelegten Kriteriums (z. B. Gesamtlänge) **am besten** ist.

Stolperstein

„Optimal“ ergibt nur Sinn, wenn das Kriterium feststeht. Die kürzeste Rundreise muss nicht die schnellste sein, wenn auf einer Strecke Stau ist. Achte außerdem darauf: Eine optimale Lösung muss nicht die einzige sein. Haben zwei Rundreisen dieselbe kleinste Länge, sind beide optimal.

Arbeitsauftrag 13: Zulässig oder nicht?

Für die vier Orte A, B, C und D liegen diese Vorschläge vor. Entscheide jeweils, ob sie zulässige Lösungen für das Problem des Handlungsreisenden mit Start in A sind. Begründe, wenn ein Vorschlag nicht zulässig ist.

1. A → D → C → B → A
2. A → C → D → A
3. A → D → B → D → C → A
4. A → C → B → D → A

Deine Antworten:

3.2.2 Die Länge einer Rundreise berechnen

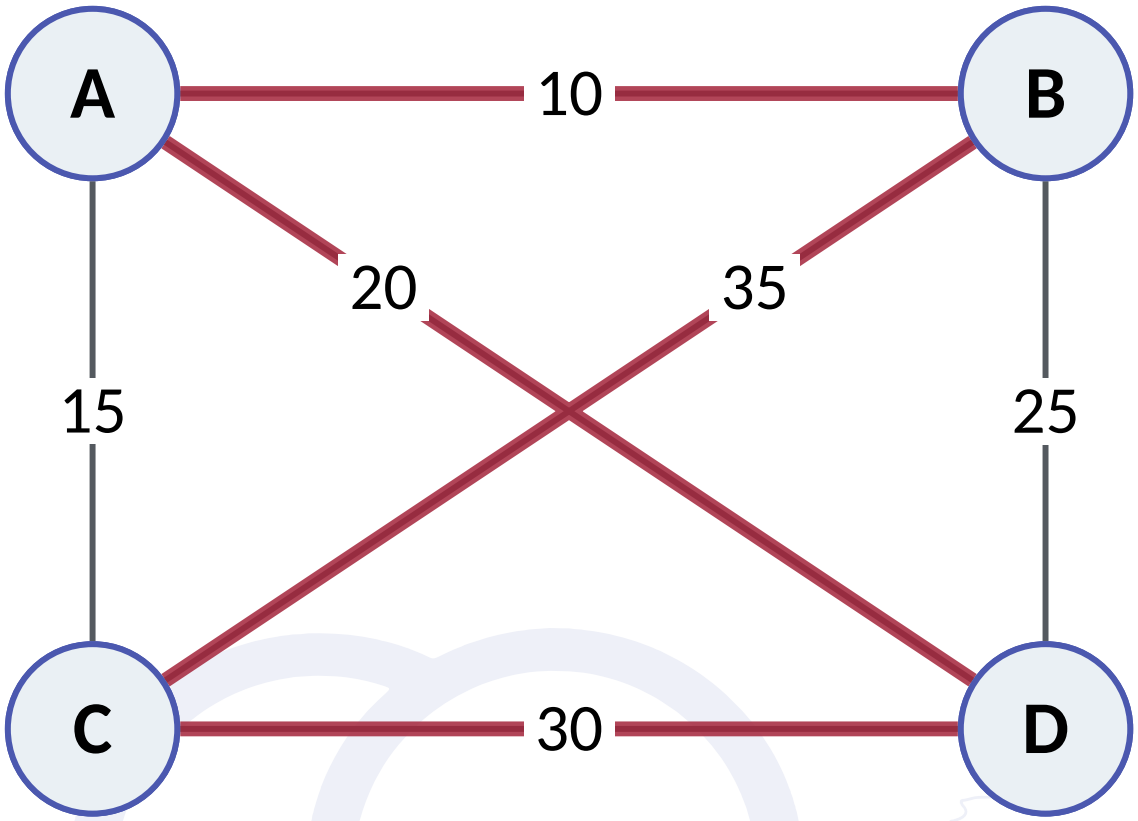
Um Rundreisen zu vergleichen, brauchst du ihre Gesamtlänge. Du addierst dafür die Entfernungen aller Teilstrecken. Nimm die Entfernungstabelle der vier Orte zur Hand:

	A	B	C	D
A	–	10	15	20
B	10	–	35	25
C	15	35	–	30
D	20	25	30	–

Für die Rundreise A → B → C → D → A gibt es vier Teilstrecken. Die Rückfahrt von D nach A gehört dazu – sie wird leicht vergessen.

```
A-B:  10
B-C:  35
C-D:  30
D-A:  20
----------
      95
```

Die Rundreise A → B → C → D → A ist also 95 km lang. Kurz schreibt man: $10 + 35 + 30 + 20 = 95$. Im Graphen sind die vier benutzten Kanten rot eingezeichnet:



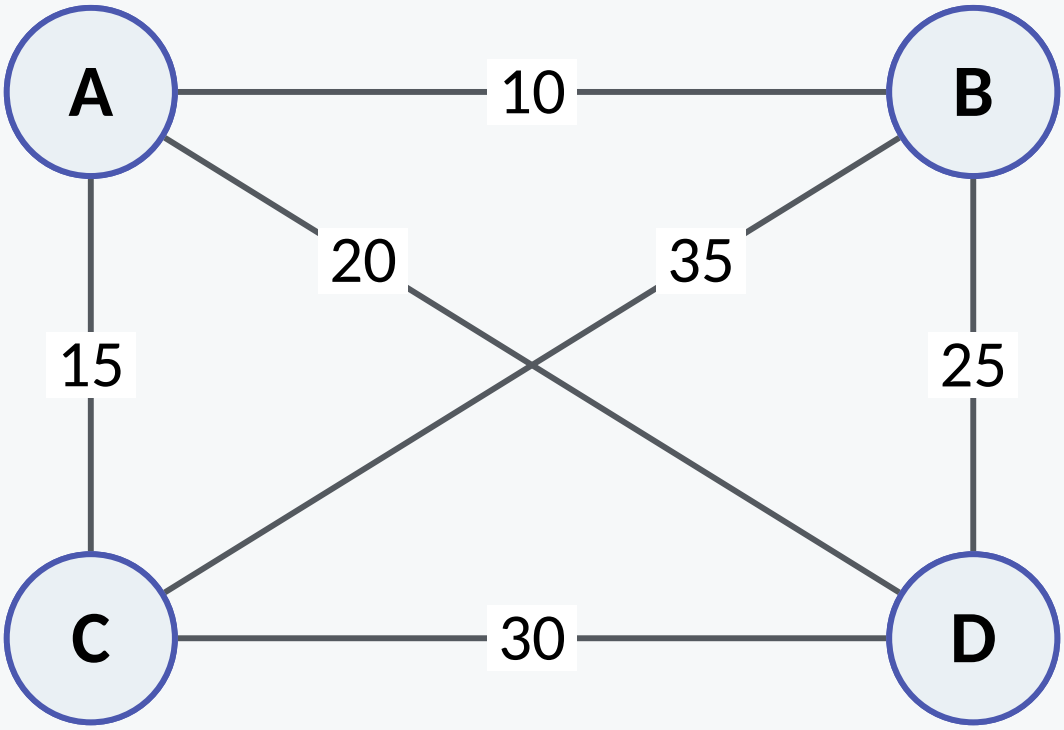
Die Rundreise A → B → C → D → A (rot) ist $10 + 35 + 30 + 20 = 95$ km lang

Tipp

Schreibe bei jeder Teilstrecke die beiden Orte dazu, wie oben (A-B, B-C, ...). So siehst du sofort, ob eine Strecke fehlt. Eine Rundreise durch n Orte hat immer genau n Teilstrecken.

Arbeitsauftrag 14: Rundreisen vergleichen

1. Berechne die Längen der Rundreisen A → B → D → C → A und A → C → B → D → A. Schreibe die Rechnung mit auf.
2. Vergleiche mit der Rundreise A → B → C → D → A (95 km). Welche der drei Rundreisen ist am kürzesten?
3. Zeichne die kürzeste der drei Rundreisen in den Graphen ein.



Vorlage: Zeichne die kürzeste Rundreise ein

Deine Rechnungen und dein Vergleich:

Gymnasium Ottweiler

3.2.3 Der Brute-Force-Ansatz

Stell dir ein Fahrradschloss mit drei Zahlenrädern vor. Du hast die Zahl vergessen. Was tun? Du kannst einfach **alle** Zahlen von 000 bis 999 durchprobieren. Das ist mühsam, aber du findest die richtige Zahl **garantiert** – spätestens nach 1000 Versuchen.

Diese Methode heißt **Brute-Force** (englisch, gesprochen „brut fors“, wörtlich „rohe Gewalt“). Gemeint ist: Man denkt nicht lange nach, sondern probiert stur alles aus.

Definition: Brute-Force-Ansatz

Beim **Brute-Force-Ansatz** werden **alle** zulässigen Lösungen systematisch erzeugt und bewertet. Die beste davon ist die optimale Lösung.

Für das Problem des Handlungsreisenden besteht der Brute-Force-Ansatz aus drei Schritten:

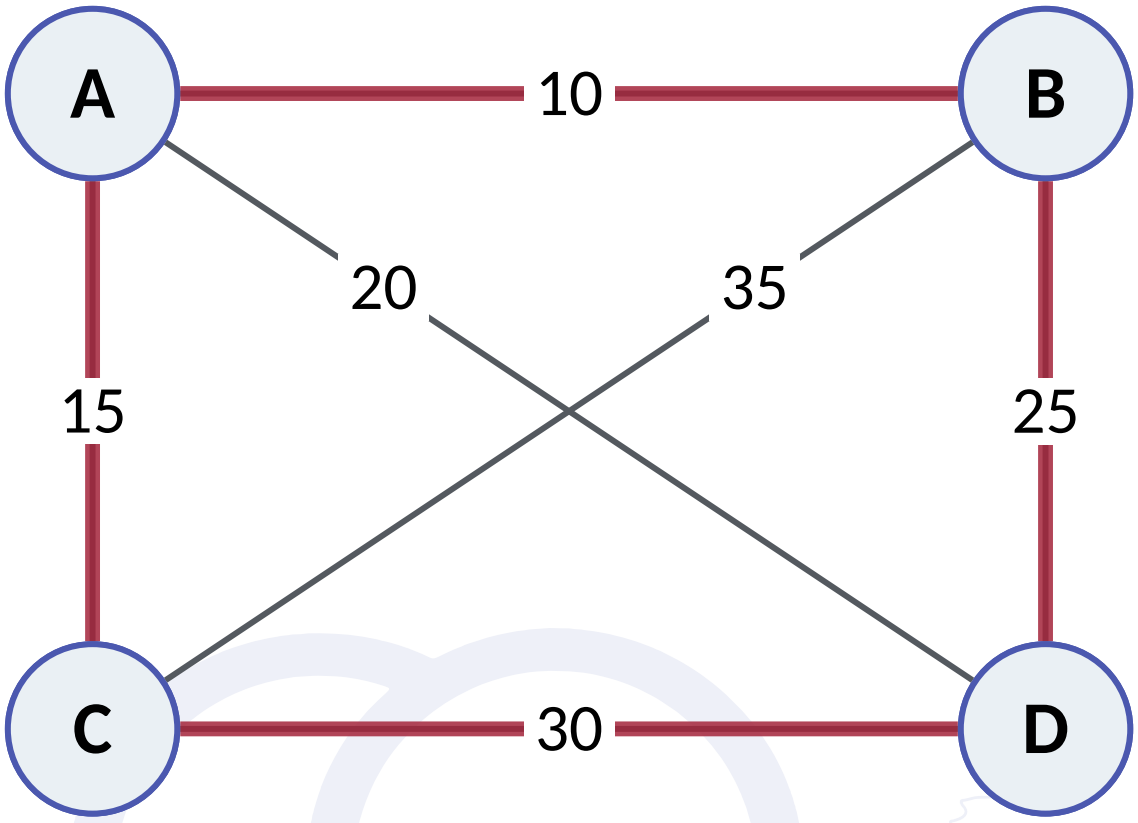
1. **Erzeugen:** Liste alle Rundreisen systematisch auf, zum Beispiel mit dem Baum aus dem letzten Abschnitt.
2. **Bewerten:** Berechne für jede Rundreise die Gesamtlänge.
3. **Auswählen:** Wähle die Rundreise mit der kleinsten Gesamtlänge.

Beispiel: Brute-Force für die vier Orte A, B, C, D

Rundreise	Rechnung	Länge (km)
A → B → C → D → A	$10 + 35 + 30 + 20$	95
A → B → D → C → A	$10 + 25 + 30 + 15$	**80**
A → C → B → D → A	$15 + 35 + 25 + 20$	95
A → C → D → B → A	$15 + 30 + 25 + 10$	**80**
A → D → B → C → A	$20 + 25 + 35 + 15$	95
A → D → C → B → A	$20 + 30 + 35 + 10$	95

Die kleinste Länge ist 80 km. Die optimale Rundreise ist A → B → D → C → A. Ihre Rückwärts-Variante A → C → D → B → A ist ebenfalls optimal.

Gymnasium Ottweiler



Die optimale Rundreise A → B → D → C → A (rot) ist $10 + 25 + 30 + 15 = 80$ km lang

Warum kann man sicher sein, dass es keine kürzere Rundreise gibt? Weil **jede** Rundreise in der Tabelle steht. Eine bessere kann es also nicht geben. Das ist die große Stärke von Brute-Force.

Merke

- Ein **Brute-Force-Ansatz** („rohe Gewalt“) ermittelt die optimale Lösung, indem er **alle** zulässigen Lösungen systematisch erzeugt, bewertet und die beste auswählt.
- Vorteil: Brute-Force liefert garantiert die **optimale** Lösung.
- Nachteil: Die Anzahl der zu prüfenden Lösungen wächst bei vielen Problemen sehr schnell (z. B. **faktoriell** beim Problem des Handlungsreisenden). Brute-Force wird für größere Instanzen schnell unbrauchbar.

Was „faktoriell“ bedeutet, erfährst du gleich im Abschnitt über die Anzahl der Rundreisen.

So kannst du es sagen

So beschreibst du das Vorgehen in Fachsprache:

- *„Ich hab alles ausprobiert.“ → „Ich habe alle zulässigen Lösungen systematisch erzeugt und ihre Gesamtlängen berechnet.“*
- *„80 ist die beste.“ → „Die Rundreise A → B → D → C → A ist optimal bezüglich der Gesamtlänge, weil keine andere zulässige Rundreise kürzer ist.“*

3.2.4 Brute-Force mit fünf Orten

Mit vier Orten war Brute-Force schnell erledigt. Was passiert mit einem Ort mehr? Das probierst du jetzt selbst aus.

Wie viele Rundreisen gibt es bei fünf Orten mit Start in A? Für den zweiten Ort gibt es 4 Möglichkeiten, dann 3, dann 2, dann 1. Das sind $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Rundreisen. Wegen der Symmetrie musst du aber nur die Hälfte berechnen, also 12.

Tipp

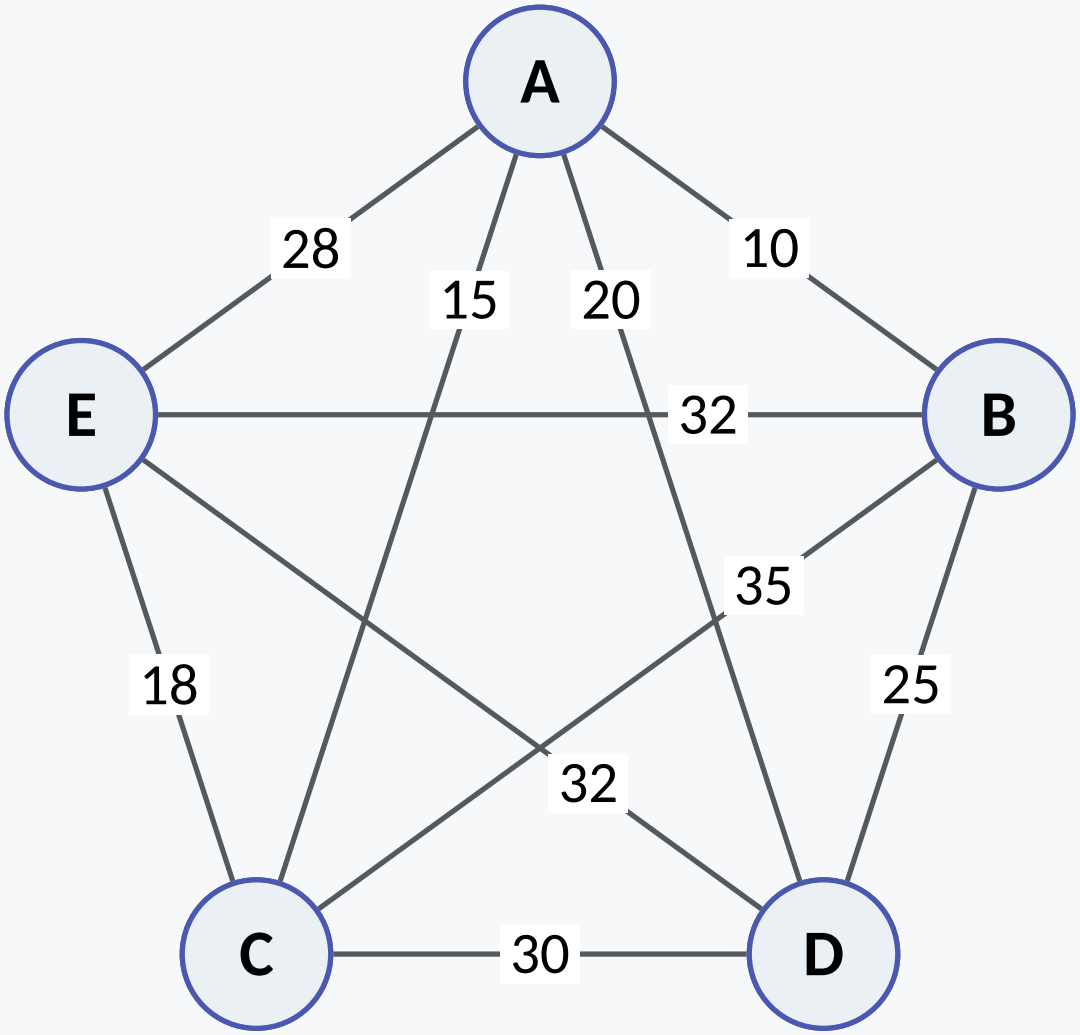
So findest du die 12 verschiedenen Rundreisen, ohne eine doppelt zu zählen: Gehe vor wie im Baum (zweiter Ort B, C, D, E der Reihe nach) und schreibe nur die Rundreisen auf, bei denen der **zweite** Ort im Alphabet **vor** dem Ort steht, der **direkt vor der Rückkehr** nach A besucht wird. A → B → C → D → E → A schreibst du auf (B vor E), A → E → D → C → B → A nicht (E nach B) – sie ist ja dieselbe Reise rückwärts.

Arbeitsauftrag 15: Neue Probleminstanz mit fünf Orten

1. Stelle eine eigene Entfernungstabelle für **fünf Orte** A bis E auf. Die Werte darfst du frei erfinden, sie sollten aber plausibel sein. Wenn du keine eigenen Werte erfinden möchtest, nimm die Tabelle und den Graphen unten: Die Orte A bis D sind die bekannten, Ort E ist neu dazugekommen.
2. Bestimme mit dem Brute-Force-Ansatz die optimale Rundreise: Liste die 12 verschiedenen Rundreisen auf, berechne ihre Längen und wähle die kürzeste.

	A	B	C	D	E
A	–	10	15	20	28
B	10	–	35	25	32
C	15	35	–	30	18
D	20	25	30	–	32
E	28	32	18	32	–

Gymnasium Ottweiler



Vorschlag für eine Probleminstanz mit fünf Orten (Entfernungen in km)

Trage deine Rundreisen hier ein:

Nr.	Rundreise	Rechnung	Länge
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Optimale Rundreise und ihre Länge:

Du hast es sicher gemerkt: Mit fünf Orten ist Brute-Force schon richtig Arbeit. Statt 3 Rundreisen waren es 12. Und das bei nur einem Ort mehr!

3.2.5 Wie viele Rundreisen gibt es?

Die Anzahl der Rundreisen kannst du ausrechnen, ohne sie aufzuschreiben. Bei n Orten legst du den Startort fest. Dann gibt es

- für den zweiten Ort $n-1$ Möglichkeiten,
- für den dritten Ort $n-2$ Möglichkeiten,
- und so weiter, bis für den letzten Ort nur noch 1 Möglichkeit bleibt.

Insgesamt sind es $(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1$ Rundreisen. Für so ein Produkt gibt es in der Mathematik eine Abkürzung, die **Fakultät**: Man schreibt die Zahl mit einem Ausrufezeichen dahinter.

Definition: Fakultät

Die **Fakultät** einer natürlichen Zahl k ist das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis k. Man schreibt $k!$ (gelesen: „k Fakultät“). Beispiele: $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ und $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. Für $k = 1$ ist $1! = 1$. Außerdem legt man fest: $0! = 1$.

Bei n Orten gibt es mit festem Startort also $(n-1)!$ Rundreisen. Ist die Entfernungstabelle symmetrisch, sind davon nur $(n-1)! : 2$ verschieden (ab drei Orten).

Stolperstein

Die Klammer in $(n-1)!$ ist wichtig. Bei $n = 5$ Orten ist $(5-1)! = 4! = 24$. Ohne Klammer stünde $n - 1! = 5 - 1 = 4$ da – das ist etwas ganz anderes. Rechne immer zuerst die Klammer aus und dann die Fakultät.

Arbeitsauftrag 16: Wachstum beobachten

1. Berechne die Anzahl der Rundreisen bei 4, 5 und 6 Orten (Startort fest) und trage sie in die Tabelle ein. Ergänze auch die Anzahl der verschiedenen Rundreisen, wenn man die Symmetrie berücksichtigt.
2. Was fällt dir am Wachstum auf? Um welchen Faktor wächst die Anzahl, wenn ein Ort dazukommt?

Orte n	Rechnung	Rundreisen $(n-1)!$	verschieden (mit Symmetrie)
4			
5			
6			

Deine Beobachtung:

Ein solches Wachstum heißt **faktorielles Wachstum**. Schon bei 10 Orten gibt es $9! = 362\,880$ Rundreisen. Wie lange selbst ein Computer dafür braucht, untersuchst du im Abschnitt über den Aufwand.

3.2.6 Für Interessierte: Brute-Force mit Python

Dieser Unterabschnitt ist freiwillig. Mit einem kleinen Programm kannst du deine Handrechnung kontrollieren.

Zuerst muss die Entfernungstabelle ins Programm. Dafür benutzen wir eine Liste, deren Einträge selbst wieder Listen sind – für jede Zeile der Tabelle eine.

Werkzeug

Eine **Tabelle als Liste von Listen:** In `entfernung = [[0, 10], [10, 0]]` ist `entfernung[0]` die erste Zeile, also die Liste `[0, 10]`. Mit einem zweiten Index wählst du darin die Spalte: `entfernung[0][1]` ist `10`. Die Orte bekommen Nummern: A ist 0, B ist 1, C ist 2, D ist 3. Die Entfernung von B nach C steht dann in `entfernung[1][2]`. Auf der Diagonale steht 0 statt eines Strichs.

```
namen = ["A", "B", "C", "D"]
entfernung = [[0, 10, 15, 20],
              [10, 0, 35, 25],
              [15, 35, 0, 30],
              [20, 25, 30, 0]]

def laenge(reise):
    summe = 0
    for i in range(len(reise) - 1):
        summe += entfernung[reise[i]][reise[i + 1]]
    return summe

def als_text(reise):
    text = namen[reise[0]]
    for i in range(1, len(reise)):
        text = text + " -> " + namen[reise[i]]
    return text

kuerzeste = 1000000
beste_reise = []
for ort2 in [1, 2, 3]:
    for ort3 in [1, 2, 3]:
        for ort4 in [1, 2, 3]:
            if ort2 != ort3 and ort2 != ort4 and ort3 != ort4:
                reise = [0, ort2, ort3, ort4, 0]
                strecke = laenge(reise)
                print(als_text(reise), "Länge:", strecke)
                if strecke < kuerzeste:
                    kuerzeste = strecke
                    beste_reise = reise

print("Optimal:", als_text(beste_reise), "mit Länge", kuerzeste)
```

AUSGABE

```
A -> B -> C -> D -> A Länge: 95
A -> B -> D -> C -> A Länge: 80
A -> C -> B -> D -> A Länge: 95
A -> C -> D -> B -> A Länge: 80
A -> D -> B -> C -> A Länge: 95
A -> D -> C -> B -> A Länge: 95
Optimal: A -> B -> D -> C -> A mit Länge 80
```

- **Zeilen 1–5:** die Namen der Orte und die Entfernungstabelle als Liste von Listen.
- **Zeilen 7–11:** Die Funktion `laenge` bekommt eine Rundreise als Liste von Ortsnummern, zum Beispiel `[0, 1, 2, 3, 0]`. Sie addiert die Entfernungen aller Teilstrecken von `reise[i]` nach `reise[i + 1]`. Weil die Liste mit 0 beginnt und endet, ist die Rückfahrt nach A schon dabei.
- **Zeilen 13–17:** Die Funktion `als_text` macht aus den Nummern einen lesbaren Text wie `A -> B -> C -> D -> A`.
- **Zeilen 19–20:** `kuerzeste` startet mit einer riesigen Zahl. So ist die erste gefundene Rundreise auf jeden Fall kürzer und wird übernommen.
- **Zeilen 21–24:** Wie im Abschnitt über das Auflisten erzeugen drei Schleifen alle Reihenfolgen. Nur solche ohne doppelte Orte sind Rundreisen (**Erzeugen**).
- **Zeilen 25–27:** Die Rundreise wird gebaut, ihre Länge berechnet (**Bewerten**) und ausgegeben.
- **Zeilen 28–30:** Ist die neue Rundreise kürzer als die bisher beste, wird sie gemerkt (**Auswählen**).
- **Zeile 32:** Am Ende steht die optimale Rundreise fest.

Die Rückwärts-Variante A → C → D → B → A ist ebenfalls 80 km lang. Sie wird nicht übernommen, weil `80 < 80` falsch ist. Das Programm merkt sich also die erste optimale Rundreise, die es findet.

Arbeitsauftrag 17 (Zusatz): Programm für fünf Orte

Passe das Programm für deine Probleminstanz mit fünf Orten an (oder für die vorgeschlagene Tabelle). Das Programm soll nur die optimale Rundreise und die Anzahl der geprüften Rundreisen ausgeben. Tipp: Statt der langen Bedingung kannst du eine Funktion `ist_rundreise(reise)` schreiben, die prüft, ob jeder Ort 1 bis 4 in der Liste vorkommt (mit `in`).

3.2.7 Weitere Übungen

Hier kannst du das Gelernte weiter üben. Die Punkte im Titel zeigen, wie schwer eine Aufgabe ist: ●○○ leicht, ●●○ mittel, ●●● knifflig. Fang mit den leichten an.

In mehreren Aufträgen geht es um Mias Partyeinkauf. Sie startet und endet zu Hause (Z) und fährt zur Bäckerei (B), zum Getränkemarkt (G) und zum Supermarkt (S). Die Entfernungen in km:

	Z	B	G	S
Z	–	3	7	6
B	3	–	9	5
G	7	9	–	4
S	6	5	4	–

Arbeitsauftrag 18: Länge einer Rundreise ●○○

Berechne die Länge der beiden Rundreisen. Schreibe zu jeder Teilstrecke die beiden Orte dazu.

1. Z → G → S → B → Z
2. Z → S → B → G → Z

Deine Rechnungen:

Arbeitsauftrag 19: Zulässige Lösung beim Partyeinkauf? ●○○

Mia muss zu Hause starten, jedes Geschäft genau einmal besuchen und wieder nach Hause fahren. Entscheide bei jedem Vorschlag, ob er eine zulässige Lösung ist. Begründe, wenn er es nicht ist.

Vorschlag	zulässig?	Begründung
Z → B → G → S → Z		
Z → B → S → Z		
Z → G → S → G → B → Z		
Z → S → G → B		
Z → S → B → G → Z		

Arbeitsauftrag 20: Fakultäten berechnen ●○○

1. Berechne die Anzahl der Rundreisen (Startort fest) für 3, 7 und 8 Orte. Ergänze auch die Anzahl der verschiedenen Rundreisen bei einer symmetrischen Tabelle.
2. Bei wie vielen Orten gibt es genau 720 Rundreisen?
3. Bei wie vielen Orten gibt es mit Symmetrie genau 60 verschiedene Rundreisen?

Orte n	Rechnung	Rundreisen $(n-1)!$	verschieden (mit Symmetrie)
3			
7			
8			

Deine Antworten zu 2 und 3:

Arbeitsauftrag 21: Die Fachbegriffe ●○○

Ergänze die Sätze mit den passenden Fachbegriffen.

Satzanfang	Ergänzung
Eine Lösung, die alle Bedingungen des Problems erfüllt, heißt …	
Die beste zulässige Lösung bezüglich eines Kriteriums heißt …	
Ein Ansatz, der alle zulässigen Lösungen erzeugt, bewertet und die beste auswählt, heißt …	
Beim Problem des Handlungsreisenden ist das Kriterium meistens …	
Der große Vorteil von Brute-Force ist, dass …	
Der große Nachteil von Brute-Force ist, dass …	

Arbeitsauftrag 22: Welche Verbindung ist optimal? ●●○

Lara will mit der Bahn zum Freizeitpark. Die App zeigt drei Verbindungen. Lara hat höchstens 20 € für die Fahrt.

Verbindung	Fahrzeit	Umstiege	Preis
V1	1 h 40 min	2	18 €
V2	2 h 10 min	0	12 €
V3	1 h 25 min	3	22 €

1. Welche Verbindungen sind zulässige Lösungen? Begründe.

2. Bestimme die optimale Verbindung, wenn das Kriterium (a) die Fahrzeit, (b) die Anzahl der Umstiege, (c) der Preis ist.
3. Erkläre an diesem Beispiel, warum man bei „optimal“ immer das Kriterium angeben muss.

Deine Antworten:

Arbeitsauftrag 23: Brute-Force beim Partyeinkauf ●●○

Bestimme mit dem Brute-Force-Ansatz die optimale Rundreise für Mias Partyeinkauf.

1. Schreibe alle 6 Rundreisen mit Start in Z auf (oder nimm deine Liste aus dem Auftrag *Rundreisen beim Partyeinkauf*).
2. Berechne ihre Längen. Zwei kennst du schon aus dem Auftrag *Länge einer Rundreise*.
3. Wähle die kürzeste Rundreise aus. Ist sie die einzige optimale Lösung?

Rundreise	Rechnung	Länge (km)

Optimale Rundreise:

Arbeitsauftrag 24: Fehler in der Brute-Force-Tabelle ●●○

Tom hat Brute-Force für Mias Partyeinkauf so aufgeschrieben:

Rundreise	Toms Rechnung	Toms Länge
Z → B → G → S → Z	$3 + 9 + 4 + 6$	22
Z → B → S → G → Z	$3 + 5 + 4$	12
Z → G → B → S → Z	$7 + 9 + 5 + 6$	27
Z → G → S → B → Z	$7 + 4 + 5 + 3$	18
Z → B → G → S → Z	$3 + 9 + 4 + 6$	22
Z → S → G → B → Z	$6 + 4 + 9 + 3$	22

Toms Ergebnis: „Optimal ist Z → B → S → G → Z mit 12 km.“

Finde **drei** Fehler in Toms Tabelle. Erkläre jeweils, was falsch ist, und gib das richtige Ergebnis an.

Toms Fehler:

Gymnasium Ottweiler

Arbeitsauftrag 25: Radtour mit fünf Zielen ●●●

Eine Klasse übernachtet in einer Jugendherberge (J). Mit dem Fahrrad will sie die Burg (B), den See (S), den Turm (T) und den Wasserfall (W) besuchen und dann zurückfahren. Die Entfernungen in km:

	J	B	S	T	W
J	–	9	11	10	13
B	9	–	6	14	4
S	11	6	–	15	9
T	10	14	15	–	12
W	13	4	9	12	–

1. Wie viele Rundreisen mit Start in J gibt es? Wie viele davon sind verschieden?
2. Die Tabelle unten enthält die 12 verschiedenen Rundreisen. Sechs Längen sind schon berechnet. Berechne die übrigen sechs.
3. Bestimme die optimale Rundreise. Wie viel länger ist die längste Rundreise?

Nr.	Rundreise	Rechnung	Länge (km)
1	J → B → S → T → W → J	$9+6+15+12+13$	55
2	J → B → S → W → T → J	$9+6+9+12+10$	46
3	J → B → T → S → W → J	$9+14+15+9+13$	60
4	J → B → T → W → S → J	$9+14+12+9+11$	55
5	J → B → W → S → T → J	$9+4+9+15+10$	47
6	J → B → W → T → S → J	$9+4+12+15+11$	51
7	J → S → B → T → W → J		
8	J → S → B → W → T → J		
9	J → S → T → B → W → J		
10	J → S → W → B → T → J		
11	J → T → B → S → W → J		
12	J → T → S → B → W → J		

Deine Antworten zu 1 und 3:

3.2.8 Das Wichtigste in Kürze

- Eine **zulässige Lösung** erfüllt alle Bedingungen des Problems. Beim Handlungsreisenden: jeder Ort genau einmal, zurück zum Start.
- Eine **optimale Lösung** ist eine zulässige Lösung, die bezüglich eines festgelegten **Kriteriums** (z. B. Gesamtlänge) die beste ist. Es kann mehrere optimale Lösungen geben.
- Die Länge einer Rundreise ist die Summe aller Teilstrecken – die Rückfahrt zum Start gehört dazu.
- Der **Brute-Force-Ansatz** erzeugt alle zulässigen Lösungen, bewertet sie und wählt die beste. Er findet garantiert eine optimale Lösung.
- Bei n Orten gibt es mit festem Start $(n-1)!$ Rundreisen, mit Symmetrie $(n-1)! : 2$ verschiedene. Diese Anzahl wächst **faktoriell**, also sehr schnell.
- Für die vier Orte A, B, C, D ist A → B → D → C → A mit 80 km optimal.

Selbstcheck

- ☐ Ich kann prüfen, ob ein Vorschlag eine zulässige Lösung ist.
- ☐ Ich kann erklären, was eine optimale Lösung ist, und weiß, dass dazu ein Kriterium gehört.
- ☐ Ich kann die Länge einer Rundreise mit einer Entfernungstabelle berechnen.
- ☐ Ich kann den Brute-Force-Ansatz in drei Schritten beschreiben.
- ☐ Ich kann mit Brute-Force die optimale Rundreise durch vier oder fünf Orte bestimmen.
- ☐ Ich kann die Anzahl der Rundreisen mit $(n-1)!$ berechnen und erklären, warum Brute-Force bei vielen Orten unbrauchbar wird.

Gymnasium Ottweiler